3. kolokvij (A)

Predmet: Matematičke metode fizike 1

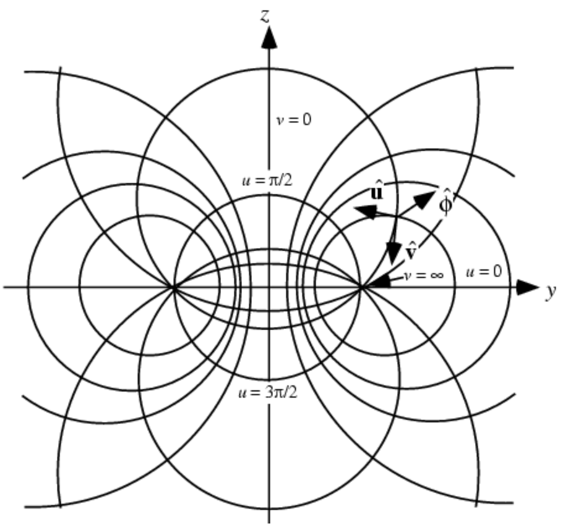
15.01.2010.

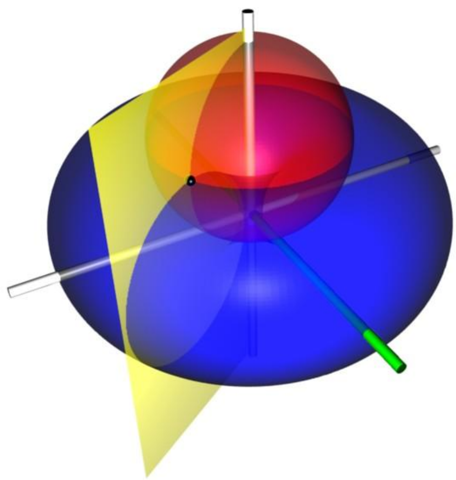
1. (20) Dano je vektorsko polje $\vec{F} = \rho^3 \hat{\rho} + \rho z \hat{\varphi} + \rho z \sin\varphi\, \hat{z}$. Odredite polje $\vec{F}$ u Cartesianovim koordinatama, izračunajte divergenciju polja $\vec{F}$ u Cartesianovom i polarnom cilindričnom koordinatnom sustavu te ih usporedite.

2. (20) Odredite divergenciju i rotaciju vektorskog polja $\vec{F} = r\sin\vartheta\, \hat{r} + r\cos\varphi\, \hat{\vartheta} + r\sin\varphi\, \hat{\varphi}$. Je li dano polje solenoidalno?

3. (20) Odredite Lameove koeficijente, kvadrat linijskog elementa i izraz za Laplasijan u toroidnim koordinatama (u, v, φ) gdje je

$$x = \frac{a\,\mathrm{sh}\,v\cos\varphi}{\mathrm{ch}\,v - \cos u}$$
$$y = \frac{a\,\mathrm{sh}\,v\sin\varphi}{\mathrm{ch}\,v - \cos u}$$
$$z = \frac{a\sin u}{\mathrm{ch}\,v - \cos u}$$





4. (20) Izrazite $\vec{r} = 2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ u koordinatnom sustavu kojeg dobijemo rotacijom za kut $\alpha = 60°$ oko x osi.

5. (20) Dokažite:

   a) Svaki kovarijantni tenzor ranga 2 možemo napisati kao zbroj simetričnog i antisimetričnog tenzora.

   b) Ako relacija $K^i_j A^j_k = B^i_k$, u kojoj je rang tenzora $\tilde{A}$ i $\tilde{B}$ naznačen brojem indeksa, vrijedi u svim (zarotiranim) Cartesianovim sustavima, tada je $\tilde{K}$ tenzor ranga 2.

3. kolokvij (B)

Predmet: Matematičke metode fizike 1

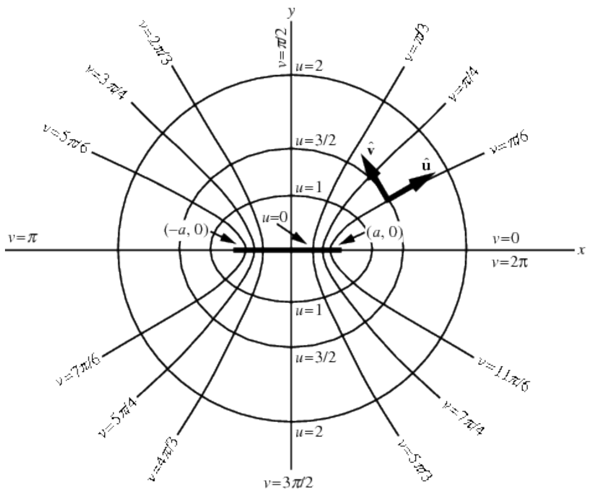
15.01.2010.

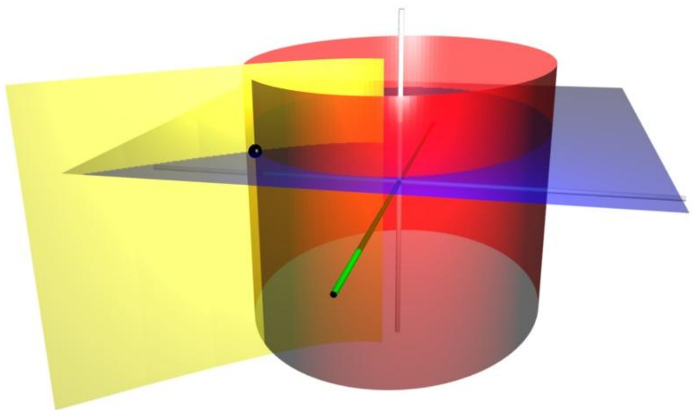
1. (20) Dano je skalarno polje $\Phi = \rho^3 \sin\varphi$. Odredite polje Φ u Cartesianovim koordinatama, izračunajte gradijent polja Φ u Cartesianovom i polarnom cilindričnom koordinatnom sustavu te ih usporedite.

2. (20) Odredite divergenciju i rotaciju vektorskog polja $\vec{F} = r^{-4}\cos\vartheta\,\hat{r} + r^{-4}\sin\vartheta\,\hat{\vartheta}$. Je li dano polje solenoidalno?

3. (20) Odredite Lameove koeficijente, kvadrat linijskog elementa i izraz za Laplasijan u eliptičnim cilindričnim koordinatama (u, v, z) gdje je

$$
\begin{aligned}
x &= a \operatorname{ch} u \cos v \\
y &= a \operatorname{sh} u \sin v \\
z &= z
\end{aligned}
$$





4. (20) Izrazite $\vec{r} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + \hat{k}$ u koordinatnom sustavu kojeg dobijemo rotacijom za kut $\alpha = 30°$ oko y osi.

5. (20) Dokažite:

a) Svaki miješani tenzor ranga 2 možemo napisati kao zbroj simetričnog i antisimetričnog tenzora.

b) Ako relacija $K^{ijkl}A_{ij} = B^{kl}$, u kojoj je rang tenzora $\tilde{A}$ i $\tilde{B}$ naznačen brojem indeksa, vrijedi u svim (zarotiranim) Cartesianovim sustavima, tada je $\widetilde{K}$ tenzor ranga 4.

3. kolokvij (C)

Predmet: Matematičke metode fizike 1

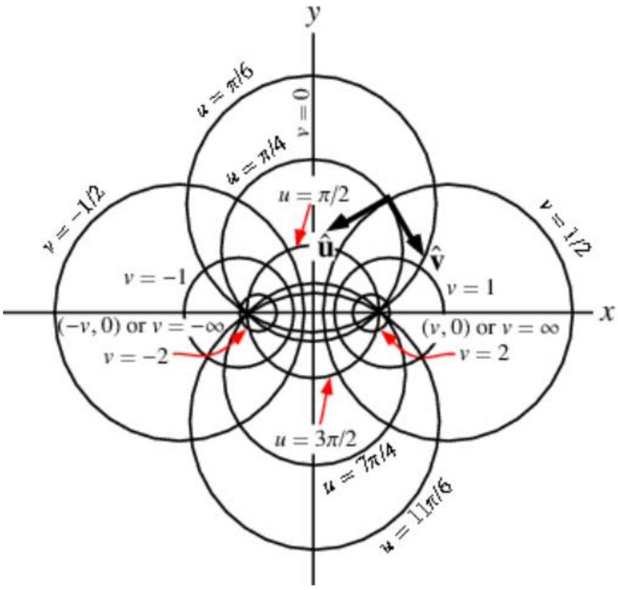
15.01.2010.

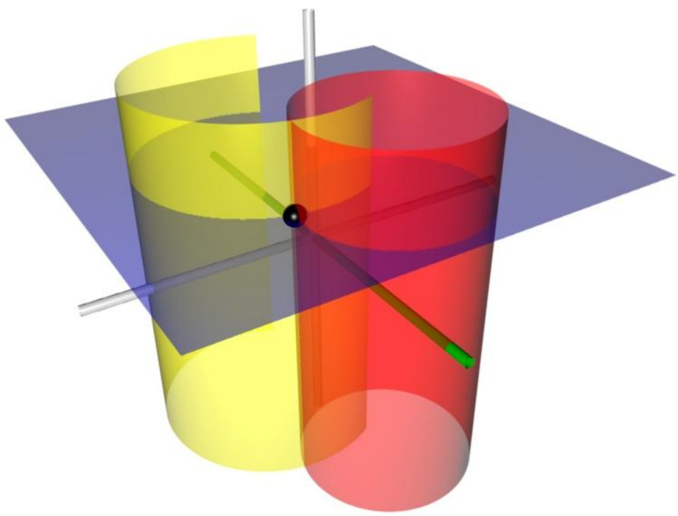
1. (20) Dano je vektorsko polje $\vec{F} = \rho^3 \hat{\rho} + \rho z \hat{\varphi} + \rho z \sin\varphi\, \hat{z}$. Odredite polje $\vec{F}$ u Cartesianovim koordinatama, izračunajte rotaciju polja $\vec{F}$ u Cartesianovom i polarnom cilindričnom koordinatnom sustavu te ih usporedite.

2. (20) Neka su dani vektorsko polje $\vec{F} = r\sin\vartheta\,\hat{r} + r^2 \sin\varphi\,\hat{\vartheta} + r\cos\vartheta\,\hat{\varphi}$ i skalarno polje $\Phi = r^2\sin(\varphi + \vartheta)$. Odredite $\left(\nabla \vec{\mathrm{F}}\right) \cdot (\nabla\Phi)$?

3. (20) Odredite Lameove koeficijente, kvadrat linijskog elementa i izraz za Laplasijan u bipolarnim cilindričnim koordinatama (u, v, z) gdje je

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{a\,\mathrm{sh}\,v}{\mathrm{ch}\,v - \cos u}\\
y &= \frac{a\sin u}{\mathrm{ch}\,v - \cos u}\\
z &= z
\end{aligned}
$$





4. (20) Izrazite $\vec{r} = 2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ u koordinatnom sustavu kojeg dobijemo rotacijom za kut $\alpha = 60°$ oko y osi.

5. (20) Dokažite:

   a) Svaki miješani tenzor ranga 2 možemo napisati kao zbroj simetričnog i antisimetričnog tenzora.

   b) Ako relacija $K^{ijkl}A_{ij} = B^{kl}$, u kojoj je rang tenzora $\tilde{A}$ i $\tilde{B}$ naznačen brojem indeksa, vrijedi u svim (zarotiranim) Cartesianovim sustavima, tada je $\widetilde{K}$ tenzor ranga 4.

3. kolokvij (D)

Predmet: Matematičke metode fizike 1

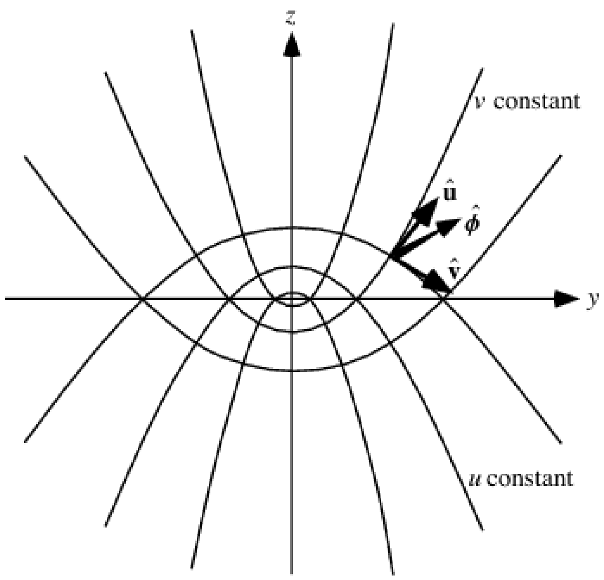
15.01.2010.

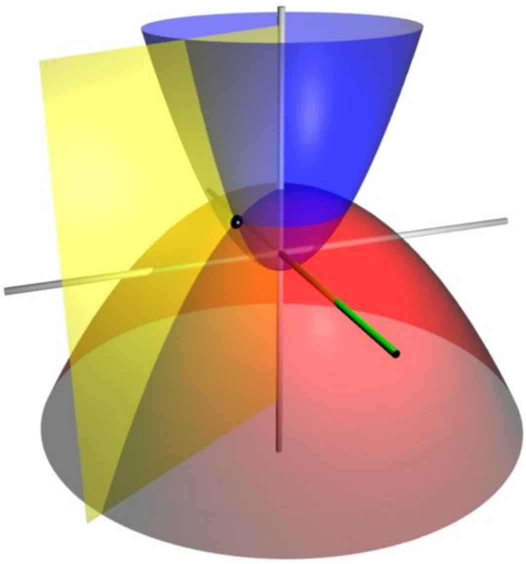
1. (20) Dano je skalarno polje $\Phi = \rho^3 \sin\varphi$. Odredite polje Φ u Cartesianovim koordinatama, izračunajte gradijent polja Φ u Cartesianovom i polarnom cilindričnom koordinatnom sustavu te ih usporedite.

2. (20) Odredite divergenciju i rotaciju vektorskog polja $\vec{F} = r^{-4}\cos\vartheta\,\hat{r} + r^{-4}\sin\vartheta\,\hat{\vartheta}$. Je li dano polje solenoidalno?

3. (20) Odredite Lameove koeficijente, kvadrat linijskog elementa i izraz za Laplasijan u paraboličkim koordinatama (u, v, ϑ) gdje je

$$x = uv\cos\vartheta$$
$$y = uv\sin\vartheta$$
$$z = \frac{u^2 - v^2}{2}$$





4. (20) Izrazite $\vec{r} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + \hat{k}$ u koordinatnom sustavu kojeg dobijemo rotacijom za kut $\alpha = 30°$ oko x osi.

5. (20) Dokažite:

a) Svaki kontravarijantni tenzor ranga 2 možemo napisati kao zbroj simetričnog i antisimetričnog tenzora.

b) Ako relacija $K^i_j A^j_k = B^i_k$, u kojoj je rang tenzora $\tilde{A}$ i $\tilde{B}$ naznačen brojem indeksa, vrijedi u svim (zarotiranim) Cartesianovim sustavima, tada je $\tilde{K}$ tenzor ranga 2.